

Mathematik

BILDUNGS- UND LEHRAUFGABE:

Der Mathematikunterricht soll dem Schüler Möglichkeiten geben,

- schöpferisch tätig zu sein;
- rationale Denkprozesse anzubahnen;
- die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren;
- grundlegende mathematische Techniken zu erwerben.

Schöpferische Fähigkeiten sind durch spielerisches, forschend-entdeckendes und konstruktives Tun aufzubauen.

Rationale Denkprozesse sind an geistigen Grundtätigkeiten wie Vergleichen, Ordnen, Zuordnen, Klassifizieren, Abstrahieren, Verallgemeinern, Konkretisieren sowie Analogisieren zu schulen. Besonderes Gewicht ist auf die Entwicklung des logischen Denkens und des Problemlöseverhaltens zu legen.

Sachverhalte der Umwelt sind mit Hilfe von Zahlen, Größen und Operationen zu durchdringen, räumliche Vorstellungen sind aufzubauen. Die Vielfalt der angebotenen kindgemäßen mathematischen Situationen aus den Bereichen Wirtschaft, Technik und Kultur soll der Schülerin bzw. dem Schüler die Bedeutung der Mathematik bewusst machen.

Neben dem Erwerb der grundlegenden mathematischen Techniken sind praktische mathematische Fertigkeiten wie Umgehen mit Zeichengeräten und Messgeräten anzustreben.

Der Unterrichtsgegenstand Mathematik gliedert sich in folgende Teilbereiche:

- Aufbau der natürlichen Zahlen
- Rechenoperationen
- Größen
- Geometrie

Auf der Grundstufe II wird diese Gliederung durch das Kapitel „Bruchzahlen“ (im Anschluss an die Rechenoperationen) erweitert.

Diese Aufgliederung in Teilbereiche verdeutlicht Sachstrukturen und stoffliche Linienführung des Lehrplanes. Das soll aber keinesfalls zu einer isolierten Behandlung der einzelnen Teilbereiche führen, sondern deren sinnvolle Vernetzung ist möglichst durchgehend anzustreben.

LEHRSTOFF:

Grundstufe I

Aufbau der natürlichen Zahlen

Als Schwerpunkte bis zum Ende der 2. Schulstufe gelten:

- das Sichern des Verständnisses für Zahlen unter Berücksichtigung des Kardinal-, Ordinal-, Rechen- und Maßzahlaspekts und
- das Erarbeiten des Zahlenraumes bis 100 ausgehend von gesicherten Zahlenräumen.

Entwickeln grundlegender mathematischer Fähigkeiten	Feststellen von Eigenschaften, Unterscheiden und Vergleichen, Zuordnen, Ordnen, Zusammenfassen, Klassifizieren
Entwickeln des Zahlbegriffs	Gewinnen des Zahlbegriffs im jeweiligen Zahlenraum einschließlich der Null (zB Zählen, Simultanerfassung)
Auf- und Ausbauen des Zahlenraums bis 100	Handlungsorientiertes Darstellen und Durchgliedern des schrittweise zu erarbeitenden Zahlenraumes Entwickeln von Zahlvorstellungen (zB durch Mächtigkeitsvergleiche, Ordnen von Zahlen, Bündeln) Veranschaulichen von Zahlen (zB durch Zahlbilder, Mengendarstellungen, Zahlenstrahl, symbolische Darstellung) Orientieren im jeweiligen Zahlenraum: Auf- und Abbauen von Zahlenreihen, Herstellen von Relationen unter Verwendung der Symbole = , ≠ , < , > Schaffen des Verständnisses für den dekadischen Aufbau Lesen und Schreiben von Ziffern bzw. Zahlen, Unterscheiden von Ziffer und Stellenwert der Ziffer Operatives Durchforschen von Zahlen: zB Finden von Nachbarzahlen, additives und multiplikatives Zerlegen (zB $64 = 60 + 4$, $80 = 4 \cdot 20$), Vergleichen (auch Termvergleiche wie $10 + 2 = 2 \cdot 6$, $50 > 30 + 10$)

Rechenoperationen

Als Schwerpunkte bis zum Ende der 2. Schulstufe gelten:

- das Erarbeiten der Operationsbegriffe in engem Zusammenhang mit der Entwicklung des Zahlenverständnisses;
- Durchführen der Rechenoperationen im additiven und im multiplikativen Bereich ohne und mit Notation der Rechenetze;
- operatives Üben, zB Tausch-, Nachbar-, Umkehr-, Zerlegungsaufgaben;
- das Gewinnen handlungsorientierter Erfahrungen zur Bedeutung von Rechenregeln und das Anwenden zunehmend auch als Lösungshilfe;
- das Anwenden der Rechenoperationen in Spiel- und Sachsituationen.

Verstehen der Operationsstrukturen	<p>Ausführen von Handlungen, zB Dazugeben, Wegnehmen, Ergänzen, Vervielfachen, Teilen, Messen, die die Einsicht in Operationsstrukturen vorbereiten</p> <p>Herausarbeiten der Operationsstrukturen aus diesen Handlungen unter Verwendung adäquater Sprechweisen, wie plus, minus, (ist) gleich, mal, geteilt durch, enthalten in</p> <p>Sichern der Einsicht in die Operationsstrukturen über verschiedene Darstellungsebenen (handelnd, bildhaft, symbolisch)</p> <p>Verwenden der entsprechenden Symbole (+ , - , = , • , :)</p>
Rechenoperationen im additiven Bereich	<p>Gewinnen der additiven Rechenoperationen ohne Zehnerüber- und Zehnerunterschreitung vorerst im kleineren Zahlenraum ohne und mit Notation der Rechensätze</p> <p>Anwenden verschiedener Darstellungsmodelle (zB Zahlenstrahl, Operatorschreibweise) und Festigen der gewonnenen Rechenoperationen</p> <p>Erweitern der additiven Rechenoperationen bei steigendem Schwierigkeitsgrad mit Zehnerüber- und Zehnerunterschreitung im größeren Zahlenraum</p> <p>Erkennen von Zusammenhängen, zB Tausch-, Nachbar-, Umkehr- und Analogieaufgaben</p> <p>Überprüfen (Abschätzen, Plausibilität, ...) der Ergebnisse von Rechenoperationen</p> <p>Vergleichen von Rechenausdrücken unter Verwendung der Relationszeichen = , ≠ , < , ></p>
Rechenoperationen im multiplikativen Bereich	<p>Sammeln von Grunderfahrungen zu multiplikativen Operationen im kleineren Zahlenraum nur in Verbindung mit konkretem Handeln und bildhaftem Darstellen</p> <p>Anwenden verschiedener Darstellungsmodelle und Festigen der gewonnenen Rechenoperationen</p> <p>Vertiefen des Verständnisses für multiplikative Beziehungen auch unter Verwendung der Null</p> <p>Erarbeitung des Einmaleins und Einsineins unter Beachtung von Zusammenhängen wie fortgesetztes Addieren, Verdoppeln, Halbieren, Vertauschen, Zerlegen, Messen</p> <p>Operatives Üben, zB Tausch-, Nachbar-, Umkehr-,</p>

Zerlegungsaufgaben

Weit gehendes Automatisieren von Grundaufgaben, insbesondere des kleinen Einmaleins

Überprüfen (Abschätzen, Plausibilität, ...) der Ergebnisse von Rechenoperationen

Vergleichen von Rechenausdrücken unter Verwendung der Relationszeichen = , ≠ , < , >

Spielerisches Umgehen mit Zahlen und Operationen

Beispielsweise: Bilden von Zahlenfolgen, spielerisches Anbahnen des Verständnisses von Rechengesetzen, Erkennen von Zusammenhängen und Rechenvorteilen

Durchführen von Würfelspielen, Wegspielen, Rechenpuzzles, Zahlenrätseln, Strategiespielen

Operieren nach Spielplänen, Lösen von Magischen Quadraten

Lösen von Sachproblemen

Mathematisieren von Spiel- und Sachsituationen nur aus dem kindlichen Erlebnisbereich

Beschreiben von realen oder bildhaft dargestellten Sachsituationen

Zuordnen von Rechenoperationen zu Sachsituationen

Finden von Sachsituationen zu Rechenoperationen

Herausarbeiten mathematischer Strukturen aus einfachen Texten mit Hilfe stufengemäßer Darstellungsformen, wie Rollenspiel, Situationsskizzen, Rechenpläne

Errechnen und Überprüfen des Ergebnisses

Formulieren sachlich richtiger Antworten

Größen

Als Schwerpunkte bis zum Ende der 2. Schulstufe gelten:

- Begriffsbildung über Vergleichen und Formulieren von Relationen;
- Einsetzen willkürlich gewählter Maßeinheiten zum Messen von Repräsentanten;
- Einführen genormter Maßeinheiten:

Größenbereich Länge: Meter (m), Dezimeter (dm), Zentimeter (cm);

Größenbereich Masse: Kilogramm (kg), Dekagramm (dag);

Größenbereich Raum: Liter (l);

Größenbereich Zeit: Sekunde (s), Minute (min), Stunde (h); Tag, Woche, Monat, Jahr;

Größenbereich Geld;

- Anwenden von Größen in Sachsituationen und bei Sachaufgaben zur Vertiefung des Verständnisses für Größen.

Entwickeln von Vorstellungen zu Größen	Entdecken auffällender größenbezogener Merkmale (Länge, Rauminhalt, Geldwert) an Objekten aus dem kindlichen Erfahrungsbereich Hantieren mit Repräsentanten für Größen aus Spiel- und Sachsituationen (zB Stab, Stein, Becher, Tauschobjekt) Bewusstes Erleben von Zeitabläufen Herstellen von Relationen durch unmittelbares und mittelbares Vergleichen auf der Handlungsebene, durch Messen (mit willkürlich gewählten Maßeinheiten), Zuordnen, Ordnen Interpretieren von Mess-Ergebnissen
Einführen und Anwenden von Maßeinheiten	Anschauliches Einführen der genormten Maßeinheiten Schaffen von Modellvorstellungen zu Maßeinheiten ohne Herstellen von Maßbeziehungen Arbeiten mit Größen in Sachsituationen und Kennenlernen der Notwendigkeit verschiedener genormter Maßeinheiten Messgeräte
Herstellen von Maßbeziehungen	Erfassen der Maßbeziehungen: m – cm, kg – dag; Geld Herstellen der Beziehung Tag – Stunde, Woche – Tag, Jahr – Monat, Minute – Sekunde, Stunde – Minute Kennenlernen gebräuchlicher Notationen bei der Uhrzeit und bei Geldbeträgen
Operieren mit Größen	Anwenden von Größen in Sachaufgaben Vergleichen, Ordnen und Messen unter Verwendung der Maßeinheiten Feststellen der Größe von Objekten durch Vergleich mit den Maßeinheiten

Geometrie

Als Schwerpunkte bis zum Ende der 2. Schulstufe gelten:

- Beobachten, Ordnen und Strukturieren von räumlichen Beziehungen und von Formen aus der Erlebniswelt der Kinder;
- Steigern des Orientierungsvermögens;

- Hinführen zum Gebrauch von Zeichengeräten und das Herstellen von Querverbindungen zur Arbeit mit Größen als integrierender Bestandteil des Unterrichts;
- Lösen von Sachproblemen.

Orientieren im Raum:

- Räumliche Positionen und Lagebeziehungen
Erfahren und Erfassen von Begriffen aus der Erlebniswelt des Kindes, wie oben, unten, rechts, links, vorne, hinten, innen, außen; vor/davor, hinter/dahinter, neben/daneben, über/darüber, unter/darunter, zwischen/dazwischen, rechts von, links von, oberhalb, unterhalb, außerhalb, innerhalb, in der Mitte, auf dem Rand
Unterscheiden von Innerem und Rand bei Körpern (Außenflächen) und Flächen
Umspannen, Umfahren, Umlegen, Umfassen von Körpern und Flächen
- Richtungen und Richtungsänderungen
Richtungen und Richtungsänderungen angeben, Durchführen von Orientierungsübungen, zB Bewegungsaufträge und Suchübungen, Wege begehen und (auch aus der Vorstellung) beschreiben

Erfassen und Beschreiben einfacher geometrischer Figuren:

- Untersuchen von Körpern
Feststellen der Eigenschaften einfacher Körper durch Bauen, Bewegen, Begreifen
Verwenden von Begriffen wie spitz, stumpf, eckig, rund; krumm, gerade; offen, geschlossen
Hantieren mit würfel- und kugelförmigen Körpern aus der Umwelt des Kindes und Erfassen ihrer Eigenschaften
Aufsuchen solcher Körper
Verwenden der Begriffe kantig, eckig, rund; Kante, Ecke
Gegenstände aus der Umwelt geometrischen Eigenschaften zuordnen (zB rund: Dose, Flasche, Ball)
Benennen von Würfel und Kugel
Vergleichen von Körpern und Ordnen nach ihren Eigenschaften
Auf- und Abbauen von Körpern (zB mit Bausteinen)

- Untersuchen von Flächen
 - Begrenzungsflächen von Körpern hantierend erfassen und beschreiben
 - Sammeln von Erfahrungen zum Begriff Fläche, zB Begreifen, Ausmalen, Nachfahren, Falten, Schneiden, Auslegen, ...
 - Aufsuchen und Benennen von viereckigen, dreieckigen und runden Flächen, Flächen vergleichen und nach ihren Eigenschaften ordnen

- Spielerisches Gestalten mit Körpern und Flächen
 - Freies Bauen mit Würfeln, Bausteinen, ...
 - Formen geometrischer Körper (zB mit Knetmasse)
 - Fortsetzen, Nachlegen, Herstellen, Erfinden geometrischer Figuren (zB Muster)
 - Handelndes Entdecken von Symmetrien, Herstellen und Untersuchen einfacher symmetrischer Figuren (zB Faltschnitte, jedoch ohne Verwendung einschlägiger Begriffe wie etwa Symmetrieachse)

- Hantieren mit Zeichengeräten
 - Freies und gezieltes Umgehen mit dem Lineal
 - Zeichnen gerader Linien in verschiedenen Lagen
 - Herstellen von Mustern (zB unter Verwendung von Karopapier)
 - Messen von Längen an konkreten Gegenständen
 - Messen von vorgegebenen Strecken
 - Zeichnen von Strecken bestimmter Länge

- Lösen von Sachproblemen:
Durchforschen von Räumen
 - Eigenschaften von Körpern und deren Lage in realitätsnahen Situationen beschreiben
 - Wege beschreiben und deren Längen abschätzen
 - Wegskizzen erstellen
 - Längen vergleichen, Unterschiede feststellen, messen, addieren (zB Stäbe, Bänder, Wege)

Grundstufe II

Aufbau der natürlichen Zahlen

Ausgehend vom Vorwissen der Grundstufe I, ist der Zahlenraum schrittweise zu erweitern. Das Verstehen großer Zahlen ist mit sach- und größenbezogenen Hilfsvorstellungen aufzubauen.

3. Schulstufe

Erweitern und Vertiefen des Zahlenverständnisses	Festigen von Zahlvorstellungen im bekannten Zahlenraum
Ausbauen des Zahlenraumes bis 1 000	Erarbeiten des neuen Zahlenraumes über Grobstrukturen zur Feinstruktur Veranschaulichen von Zahlen (zB Zahlbilder, Zahlenstrahl, symbolische Darstellungen) Ausbauen und Festigen des Verständnisses für den dekadischen Aufbau Lesen und Schreiben von Zahlen, Unterscheiden von Ziffer und Stellenwert der Ziffer Orientieren im Zahlenraum: Auf- und Abbauen von Zahlenfolgen, Herstellen von Relationen unter Verwendung der bekannten Symbole, Runden von Zahlen Operatives Durchforschen von Zahlen: Vergleichen (auch Termvergleiche wie $200 + 300 = 400 + 100$, $200 + 300 < 900$) Ordnen, additives und multiplikatives Zerlegen Schaffen von sach- und größenbezogenen Vorstellungen zu großen Zahlen, zB mit Geldwerten, Längen (Entfernungen) ...

4. Schulstufe

Erweitern und Vertiefen des Zahlenverständnisses	Festigen von Zahlvorstellungen im bekannten Zahlenraum
Ausbauen des Zahlenraumes bis zur Million	Erarbeiten des neuen Zahlenraumes bis 100 000 über Grobstrukturen zur Feinstruktur, bis zur Million in Grobstrukturen Veranschaulichen von Zahlen (zB Zahlenstrahl, symbolische Darstellung, einfache grafische Darstellung), Ausbauen und Festigen des Verständnisses für den dekadischen Aufbau Lesen und Schreiben von Zahlen, Unterscheiden von Ziffer und Stellenwert der Ziffer Orientieren im Zahlenraum: Auf- und Abbauen von Zahlenreihen, Herstellen von Relationen unter Verwendung der bekannten Symbole, Runden von Zahlen Operatives Durchforschen von Zahlen: – Vergleichen (auch Termvergleiche wie $7\ 000 - 1\ 000 = 4\ 000 + 2\ 000$, $48\ 000 > 20\ 000 + 25\ 000$)

- Additives und multiplikatives Zerlegen
- Schaffen von sach- und größenbezogenen Vorstellungen zu großen Zahlen, zB mit Geldwerten, Längen (Entfernungen) ...
- Ablesen und Interpretieren von Daten aus grafischen Darstellungen (zB Tabellen, Diagramme, Graphen)

Rechenoperationen

Über die Schwerpunkte der Grundstufe I hinaus gilt:

- das mündliche Rechnen hat Bedeutung für die Förderung des Zahlenverständnisses, der Rechenfertigkeit, des Operationsverständnisses und für das Lösen von Sachproblemen;
- die schriftlichen Rechenoperationen dienen vor allem der Lösung kindgemäßer Sachprobleme;
- zum Lösen von Sachproblemen sind besonders überschlagendes Rechnen, Einschränken und vorteilhaftes Rechnen zu pflegen.

3. Schulstufe

Verstehen der Operationsstruktur

Sichern der Einsichten in die Rechenoperationen wie

- Dividieren als Teilen und Messen deuten
- Vorgegebene Handlungen und Darstellungen interpretieren
- Rechenoperationen durch Handlungen, Darstellungen usw. repräsentieren (zB Längendarstellungen, Mengendarstellungen)

Durchführen der Rechenoperationen im Zahlenraum 1 000:

- Mündliches Rechnen im additiven und multiplikativen Bereich

Sichern der Grundaufgaben im additiven Bereich

Erweitern der additiven Rechenoperationen unter besonderer Berücksichtigung von Operationen folgender Art: 300 ± 200 , 540 ± 120 , 954 ± 8

Sichern der Grundaufgaben im multiplikativen Bereich:

Einmaleins – Automatisierung

Einsineins ohne und mit Rest

Erweitern der multiplikativen Rechenoperationen mit steigendem Schwierigkeitsgrad unter besonderer Berücksichtigung von Aufgaben folgender Art: $40 \cdot 3$, $200 \cdot 4$, $130 : 5$, $800 \cdot 4$

Verstehen des Operierens mit Null als Faktor

Lösen einfacher Operationen unter Nutzung vorteilhafter

- Rechenwege (zB durch Tauschaufgaben, Nachbaraufgaben, Umkehraufgaben, Analogieaufgaben, Zerlegungsaufgaben)
- Vergleichen von Rechenausdrücken unter Verwendung der Relationszeichen $=$, \neq , $<$, $>$
- Lösen einfacher Zahlengleichungen mit Platzhalten (Variablen)
- Durchführen von Rechenoperationen durch Zerlegen und Notieren der einzelnen Teilschritte, Berücksichtigen der Stellenwerte, Anwenden von Rechenregeln, z.B. Verteilungsregel

- Schriftliches Rechnen im additiven und multiplikativen Bereich
 - Gewinnen der schriftlichen Rechenverfahren:
 - Addieren und Subtrahieren (Ergänzungsverfahren) zwei- und dreistelliger Zahlen
 - Multiplizieren mit einstelligem Multiplikator, Dividieren durch einstelligen Divisor (ohne und mit Rest)
 - Begründen der Rechenschritte nach Einsicht in die den Operationen zu Grunde liegenden Rechenregeln (zB Bündelungsprinzip, Monotonie der Subtraktion)
 - Bezeichnen der Rechenoperationen (Addition ...) und der dazugehörigen Tätigkeiten (Addieren ...)
 - Abschätzen von Ergebnissen, zB überschlagendes Rechnen, Einschränken
 - Durchführen von Rechenproben

- Lösen von Sachproblemen
 - Mathematisieren von Sachsituationen:
 - Beschreiben von dargestellten Sachverhalten, die zB in stufengemäßen Texten, Problembildern, Datenmaterial, grafischen Darstellungen enthalten sind
 - Herausarbeiten mathematischer Problemstellungen (zB Versprachlichen des Problems, Verwenden stufengemäßer Darstellungsformen, wie Situations-skizzen, Rechenpläne, Tabellen)
 - Zuordnen von Rechenoperationen, Beschreiben von Sachverhalten mit Zahlen und Platzhaltern (Variablen) – Erstellen einfacher Gleichungen
 - Überschlagendes Rechnen, Einschränken
 - Lösen durch mündliches Rechnen oder durch schriftliche Verfahren
 - Kontrollieren und Verbalisieren der Ergebnisse
 - Finden von Sachsituationen zu Rechenoperationen

Spielerisches Umgehen mit Zahlen und Operationen Beispielsweise: Erfinden von Spielen, Durchführen von Strategiespielen, Erkennen von Zusammenhängen und Rechenvorteilen, Zahlenrätsel

4. Schulstufe

Verstehen der Operationsstruktur Vertiefen der Einsicht in die Rechenoperationen (Deuten, Interpretieren, Repräsentieren, zB durch Zahlenstrahldarstellungen, Mengendarstellungen)

Durchführen der Rechenoperationen im Zahlenraum 100 000:

- Mündliches Rechnen im additiven und multiplikativen Bereich Erweitern der additiven Rechenoperationen mit steigendem Schwierigkeitsgrad beschränkt auf sinnvolles Zahlenmaterial besonders im Hinblick auf überschlagendes Rechnen (zB $8\,500 \pm 4\,600$, $25\,000 \pm 16\,000$)
Erweitern der multiplikativen Rechenoperationen mit steigenden Schwierigkeitsgraden beschränkt auf sinnvolles Zahlenmaterial (zB $6\,000 \cdot 3$, $30 \cdot 20$, $45 \cdot 10$, $25\,000 \cdot 4$, $12\,000 : 3$, $1\,800 : 30$)
Lösen einfacher Operationen unter Nutzung vorteilhafter Rechenwege (zB durch Tauschaufgaben, Nachbaraufgaben, Umkehraufgaben, Analogieaufgaben). Vergleichen von Rechenausdrücken unter Verwendung der Relationszeichen $=$, \neq , $<$, $>$
Lösen einfacher Zahlengleichungen mit Platzhaltern (Variablen)
Durchführen von Rechenoperationen durch Zerlegen und Notieren der einzelnen Teilschritte, Berücksichtigen des Stellenwertes, Anwenden von Rechenregeln (zB Verteilungsregel)
- Schriftliches Rechnen im additiven und multiplikativen Bereich Erweitern der schriftlichen Verfahren:
 - Addieren und Subtrahieren mehrstelliger Zahlen
 - Multiplizieren mit ein- und zweistelligem Multiplikator, Dividieren durch ein- und zweistelligen Divisor (ohne und mit Rest) mit sinnvollen SchwierigkeitsgradenBegründen der Rechenschritte durch Einsicht in die den Operationen zu Grunde liegenden Rechenregeln (zB Bündelungsprinzip, Verteilungsregel)

Verwenden der auf der dritten Schulstufe eingeführten Bezeichnungen für die Operationen und zugehörigen Tätigkeiten

Abschätzen von Ergebnissen, z.B. überschlagendes Rechnen, Einschränken.

Durchführen von Rechenproben

Lösen von Sachproblemen

Mathematisieren von Sachsituationen

- Diskutieren der dargestellten Sachverhalte, die z.B. in Texten, Problembildern, Datenmaterial, graphischen Darstellungen enthalten sind
- Herausarbeiten mathematischer Problemstellungen (zB Versprachlichen von Problemen, Verwenden stufengemäßer Darstellungsformen, wie Situations-skizzen, Rechenpläne, Tabellen, Diagramme)
- Zuordnen von Rechenoperationen, Beschreiben von Sachverhalten mit Zahlen und Platzhaltern (Variablen), Erstellen einfacher Gleichungen
- Überschlagendes Rechnen, Einschränken
- Lösen durch mündliches Rechnen oder durch schriftliche Verfahren
- Kontrollieren und Verbalisieren der Ergebnisse

Finden von Sachsituationen zu Rechenoperationen und einfachen Gleichungen

Spielerisches Umgehen mit Zahlen und Operationen

Beispielsweise: Erfinden von Spielen, Durchführen von Strategiespielen, Erkennen von Zusammenhängen und Rechenvorteilen, Zahlenrätsel und Zahlentricks

Bruchzahlen

Im Vordergrund steht die Einsicht in das Wesen der Bruchzahlen:

- Verwenden von Bruchzahlen, die sich als Brüche nur mit den Nennern 2, 4, 8 schreiben lassen;
- Durchführen von Rechenoperationen mit Bruchzahlen nur im Zusammenhang mit einfachen Sachsituationen.

4. Schulstufe

Entwickeln des Bruchzahlbegriffs

Teilen (Brechen, Zerschneiden, Falten) von konkreten Dingen in 2, 4 oder 8 gleich große Teile und Benennen dieser Teile

Bildhaftes Darstellen von Bruchteilen

Aufsuchen von Repräsentanten für Bruchteile

Darstellen von Bruchzahlen und Verwenden der Bruchschreibweise	Erfassen, dass die Größe der Bruchteile von der Bezugsgröße abhängig ist Deuten des Bruches zB als Teil eines Ganzen, als Teil einer Menge, als Teil einer Größe, als Division Lesen und Schreiben von Bruchzahlen
Operatives Durchforschen	Vergleichen von Bruchzahlen, auch unter Verwendung von Symbolen Additives Zerlegen und Ergänzen
Lösen von Sachproblemen	Arbeiten mit Bruchzahlen in einfachen Sachaufgaben

Größen

Über die Schwerpunkte der Grundstufe I hinaus gelten:

- das Schätzen, Messen und Vergleichen unter sachgerechter Verwendung der Maßeinheiten;
- einfache Maßumwandlungen.

3. Schulstufe

Entwickeln von Vorstellungen zu Größen	Vertiefen des Verständnisses für die bereits eingeführten Größen
Einführen neuer Maßeinheiten und Herstellen von Maßbeziehungen	Anschauliches Einführen der Einheiten Millimeter (mm), Kilometer (km), Gramm (g), Tonnen (t) Schaffen von Modellvorstellungen zu diesen Maßeinheiten Erfassen der Maßbeziehung 1 000 zu 1 : m – mm, km – m, kg – g, t – kg Arbeiten mit Maßreihen: m – dm – cm – mm, kg – dag – g Erfassen der Maßreihe: m – dm – cm – mm Erarbeiten der Maßeinheit Minute (min) Herstellen der Maßbeziehung: h – min

Operieren mit Größen	Schätzen, Messen und Vergleichen unter sachgerechter Verwendung der Maßeinheiten Durchführen einfacher Maßumwandlungen im allgemeinen zwischen benachbarten Maßeinheiten Anwenden von Größen in Sachaufgaben <ul style="list-style-type: none">- Addieren, Subtrahieren und Ergänzen von dezimalen Geldbeträgen handlungsorientiert anbahnen und festigen Wählen sach- und situationsgerechter Maßeinheiten
----------------------	---

4. Schulstufe

Weiterentwickeln von Vorstellungen zu Größen	Vertiefen des Verständnisses für die bereits eingeführten Größen
Einführen neuer Maßeinheiten und Herstellen von Maßbeziehungen	Einführen der Maßeinheiten m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2 ; a, ha, km^2 Schaffen von Modellvorstellungen zu diesen Maßeinheiten Erfassen der Maßbeziehungen: $m^2 - dm^2$, $dm^2 - cm^2$, $cm^2 - mm^2$ Erarbeiten der Maßeinheit Sekunde (s) Herstellen der Maßbeziehung min – s Erfassen der Notation der Uhrzeit Lesen einfacher Zeitpläne Unterscheiden von Zeitpunkt und Zeitspanne (Zeitdauer)
Operieren mit Größen	Schätzen, Messen und Vergleichen unter sachgerechter Verwendung der Maßeinheiten Durchführen einfacher Maßumwandlungen im Allgemeinen zwischen benachbarten Maßeinheiten Anwenden von Größen in Sachaufgaben, zB Rechnen mit dezimalen Geldbeträgen <ul style="list-style-type: none">- Addition, Subtraktion- Multiplikation mit ganzzahligem, allenfalls zweistelligem Multiplikator Wählen sach- und situationsgerechter Maßeinheiten für Größen beim Lösen von Sachaufgaben

Geometrie

Über die Schwerpunkte der Grundstufe I hinaus gelten:

- das Entdecken und Klassifizieren geometrischer Grundformen;
- das Feststellen vielfältiger Beziehungen;
- das Ausmessen und Messen und das Hantieren mit Zeichengeräten;
- das Entwickeln der Begriffe des Umfangs und des Flächeninhalts einschließlich des Berechnens der Umfangslänge und des Flächeninhalts.

3. Schulstufe

Orientieren im Raum:

- Räumliche Positionen und Lagebeziehungen
Festigen der bekannten räumlichen Positionen und Lagebeziehungen
Erkennen der Abhängigkeit einer Lagebeziehung vom Standort
Feststellen von Positionen in einfachen Plänen
Beschreiben von Lagebeziehungen zwischen Geraden bzw. Strecken unter Verwendung von Begriffen, wie parallel, einander schneidend, einen rechten Winkel bildend
- Richtungen und Richtungsänderungen
Beschreiben von Wegen zu Objekten und Punkten
Beschreiben auch mit Hilfe einfacher Pläne
Bestimmen der Lage von Objekten und Punkten
Herstellen von rechten Winkeln, zB durch Falten

Erfassen und Beschreiben geometrischer Figuren:

- Weiterführendes Untersuchen von Körpern
Hantieren mit Körpern
Untersuchen und Feststellen von Eigenschaften, wie Form und Anzahl der Begrenzungsflächen, Anzahl der Kanten und Ecken, gegenseitige Lage von Kanten (parallel, im rechten Winkel)
Vergleichen von Körpern nach Form, Größe
Begründen von Körperformen, besonders nach funktionalen und ästhetischen Gesichtspunkten
- Weiterführendes Untersuchen von Flächen, besonderes von Rechteck und Quadrat
Gewinnen von Flächen durch Nachfahren
Abklatschen von Begrenzungsflächen von Körpern
Darstellen von Flächen durch Ausschneiden, Falten, Zeichnen
Feststellen von Eigenschaften, wie zwei gleich lange

	<p>Seiten, parallele Seiten, rechter Winkel, symmetrisch</p> <p>Erfassen und Benennen der besonderen Eigenschaften von Rechteck und Quadrat</p> <p>Auslegen von Flächen, Zerlegen einer Fläche in Teilflächen, Zusammensetzen von Flächen</p> <p>Vergleichen von Flächen nach Form, Größe</p> <p>Begründen von Flächenformen, besonders nach funktionalen und ästhetischen Gesichtspunkten</p>
Entwickeln des Umfangbegriffes	Umfang handelnd erfahren, zB durch Umspannen, Umgehen, Nachfahren, Abwickeln, Länge des Umfangs messen
Berechnen der Länge des Umfangs, besonders bei Rechteck und Quadrat	Berechnen der Länge des Umfangs Finden und Begründen verschiedener Lösungswege
Spielerisches Gestalten mit Körpern und Flächen	Beispielsweise: Formen geometrischer Körper mit Knetmasse Durchführen von Kippbewegungen mit Quadern, Abnehmen der Begrenzungsflächen Durchführen von Faltübungen, etwa Herstellen von Flächen Bilden von Flächen, etwa durch Legen von Zahnstochern, Zündhölzern Gestalten von Mosaiken Herstellen eines Puzzles durch Zerschneiden geometrischer Figuren
Arbeiten mit Größen	Rauminhalte und Flächeninhalte hantierend vergleichen, zB durch Umschütten, Auslegen ... Längen von Strecken abmessen, Umfänge berechnen Feststellen, dass Strecken verkleinert und vergrößert dargestellt werden können Berücksichtigen, dass das Verhältnis zwischen zwei oder mehreren Strecken bei Verkleinerung und Vergrößerung erhalten bleibt
Hantieren mit Zeichengeräten	Freies und gezieltes Umgehen mit Lineal und Dreieck – Messen von Längen und Zeichnen von Strecken vorgegebener Länge – Zeichnen von parallelen Geraden, rechten Winkeln, Rechtecken in verschiedenen Lagen

4. Schulstufe

Orientieren im Raum:

- Räumliche Positionen und Lagebeziehungen Festigen der bekannten Positionen und Lagebeziehungen
Aufsuchen und Beschreiben der Lage von Punkten in Plänen
Entwerfen einfacher Pläne
- Richtungen und Richtungsänderungen Beschreiben von Wegen, auch mit Hilfe von Plänen
Bilden von Winkeln, zB durch Drehen

Erfassen und Beschreiben geometrischer Körper und Flächen:

- Vertiefendes Untersuchen der bisher behandelten Körper Hantieren mit Körpern
Benennen und Beschreiben von Körpern und deren Eigenschaften
Vergleichen von Körperformen
Begründen von Körperformen, besonders nach funktionalen und ästhetischen Gesichtspunkten
- Vertiefendes Untersuchen der bisher behandelten Flächen Darstellen von Flächen
Benennen und Beschreiben von Flächen, besonders von Rechteck und Quadrat
Auslegen von Flächen, Zerlegen von Flächen in Teilflächen, Zusammensetzen von Flächen
Vergleichen von Flächen nach Form, Größe
Festigen der Berechnung der Länge des Umfangs
Begründen von Flächenformen, besonders nach funktionalen und ästhetischen Gesichtspunkten

Entwickeln des Begriffs Flächeninhalt Flächeninhalt handelnd erfahren, zB durch Auslegen, Ausmalen ...
Flächeninhalte vergleichen, zB durch Übereinanderlegen, Auslegen und Abzählen, Rastern

Berechnen des Flächeninhalts von Rechteck und Quadrat Berechnen des Flächeninhalts mit Einheitsmaßen

Spielerisches Gestalten mit Körpern und Flächen Beispielsweise:
Formen geometrischer Körper mit Knetmasse
Herstellen von Kantenmodellen, etwa aus Stäben, gefalteten Papierstreifen

	Gewinnen der Begrenzungsflächen von Körpern durch Kippen Gestalten symmetrischer Bilder auf Rastern Herstellen eines Puzzles, etwa durch Zerschneiden eines Planes
Arbeiten mit Größen	Rauminhalte hantierend vergleichen, zB durch Umschütten Flächeninhalte und Längen messen Flächeninhalte und Umfänge berechnen
Hantieren mit Zeichengeräten	Hinführen zum sorgfältigen Arbeiten mit Zeichengeräten Feststellen, dass Flächen verkleinert und vergrößert dargestellt werden können Erkennen, dass das Verhältnis zweier oder mehrerer Flächen zueinander beim Vergrößern bzw. beim Verkleinern erhalten bleibt

DIDAKTISCHE GRUNDSÄTZE:

Über die im allgemeinen Teil angeführten didaktischen Grundsätze hinaus sind folgende fachdidaktische Grundsätze zu berücksichtigen:

- Operatives Aufbauen und Durcharbeiten
- Funktionen des Übens
- Variation der Veranschaulichung
- Variation der Darstellungsebenen
- Mathematische Variation

Operatives Aufbauen und Durcharbeiten

Für die Erkenntnisgewinnung und Denkentwicklung sind im Sinne des operativen Aufbaus und Durcharbeitens das Lernen über Handlungen an vielfältigen Materialien, die Betonung von Problemdarstellungen, die Grundlegung eines forschenden, experimentierenden Vorgehens, das Aufdecken verschiedener Lösungswege, das Herausstreichen von Zusammenhängen und das Erkennen verwandter Operationen wesentlich. So entsteht zB durch das Einbinden von Tauschaufgaben, Nachbaraufgaben, Umkehraufgaben, Analogieaufgaben und Probeaufgaben ein flexibles Gesamtsystem von Operationen.

Eine dynamische Begriffsbildung wird zB in der Geometrie durch Handlungen wie Kippen von Körpern, durch Abnehmen von Begrenzungsflächen, durch Faltübungen und durch Umfängen und Auslegen von Flächen erreicht.

Funktionen des Übens

Zwischen operativem Üben (Aufbauen von Rechenfähigkeiten) und Üben von Fertigkeiten ist zu unterscheiden.

Operatives Üben zielt auf Vertiefen des Verständnisses, zB durch das Erkennen von Zusammenhängen, durch das Sichern von Begriffen und das Verwenden überschaubaren Zahlenmaterials. Durch diese Vertiefung des Verständnisses wird die Gefahr eines reproduktiven, rein mechanischen Verhaltens vermindert.

Das Üben von Fertigkeiten zielt auf Automatisieren von Grundaufgaben und Techniken.

Variation der Veranschaulichung

Ein möglichst allgemeines Erfassen mathematischer Operationen und Begriffe ist nur zu erreichen, wenn die Bindung an ein bestimmtes Material oder eine bestimmte Veranschaulichung vermieden wird. So werden zB Bruchzahlen als Teile von Gegenständen, Teile von Flächen, Teile von Größen, Teile von Mengen oder als Division dargestellt.

Variation der Darstellungsebenen

Der wiederholte Wechsel der Darstellungsebenen (handelnd, bildhaft, symbolisch) ist einerseits für ein Sichern von Begriffen und die Einsicht in Operationsstrukturen, andererseits als Hilfe für das Finden von Lösungsstrategien notwendig.

Mathematische Variation

Um das Wesentliche eines Begriffs oder einer Operation zu verdeutlichen, müssen die jeweils unwesentlichen Merkmale vielfältig verändert werden. So sind zB die beim Quader mathematischen unwesentlichen Merkmale, wie räumliche Lage, Farbe, Material, Ausmaße, zu verändern, um begriffsbestimmende Merkmale, wie Anzahl von Ecken und Kanten und Art der Begrenzungsflächen, herauszustellen.

Beim Messen des Umfanges können entsprechend Objekt bzw. Messgerät variiert werden, das Wesen des Messens bleibt jedoch unverändert.

Hinweise zu den einzelnen Teilbereichen:

Aufbau der natürlichen Zahlen

Das Lernen geschieht in kindnahen Situationen (zB in Sachsituationen, mit Lernspielen). Als Lernmaterialien finden etwa Gegenstände des kindlichen Alltags, didaktische Lernspiele, strukturierte und später zahlensystemorientierte Materialien Verwendung. Aufgabenstellungen aus der Arbeit mit Mengen sind einzuschließen, wobei auf eine altersadäquate, nicht formalistische Sprechweise zu achten ist.

Das Erfassen von Analogien im Zahlenaufbau und das Notieren der Zahlen in Stellenwerttafeln dienen dem Verständnis des dekadischen Systems, insbesondere sind auf der Grundstufe II die dekadischen Stufen (1 000, 10 000, 100 000) mehrfach zu repräsentieren. Die divergierende Sprech- und Schreibweise der Zahlen ist aufzuarbeiten.

Rechenoperationen

Beim Erlernen der additiven (Addieren, Subtrahieren) und multiplikativen (Multiplizieren, Dividieren) Rechenoperationen ist vom Erfahrungsbereich der Schüler auszugehen. Aus praktischem Handeln und bildhaftem Darstellen, wie zB Hinzufügen, Zusammenlegen, Vermehren, Vereinen, Ergänzen, Wegnehmen, Abtrennen, Vermindern, sind die additiven Rechenoperationen abzuleiten, zu interpretieren und zu begründen. Die multiplikativen Rechenoperationen sind aus Situationen, wie zB wiederholtes Aneinanderfügen gleichmächtiger Mengen, Vervielfachen, wiederholtes Ausgliedern gleichmächtiger Mengen, Verteilen, Messen, abzuleiten, zu interpretieren und zu begründen.

Rechensicherheit bei Grundaufgaben ist in kindgemäßer Form anzustreben.

Zur Bewältigung von Operationen, die durch mündliches Rechnen nicht mehr leicht lösbar sind, dienen schriftliche Verfahren.

Wesentlich an diesen Verfahren ist das Schaffen des Verständnisses für Rechenabläufe und Rechentechniken.

Beim mündlichen und schriftlichen Rechnen ist auf das Verständnis der Zusammenhänge zwischen den Operationen, auf das Erkennen zu Grunde liegender Rechenregeln und das Finden von Lösungsstrategien Wert zu legen.

Um das Zahlengefühl, die Kreativität, das logische Denken und die Konzentrationsfähigkeit zu fördern, ist das spielerische Umgehen mit Zahlen und Operationen besonders wichtig; dabei ist das lustbetonte Rechnen in Arbeitsweisen wie Partner- und Gruppenarbeit in spielerischer Form zu pflegen. Rechenspiele bieten vielfältige Möglichkeiten der Individualisierung und Differenzierung.

Bruchzahlen (nur 4. Schulstufe)

Das Arbeiten mit Bruchzahlen erfolgt nur im Zusammenhang mit Veranschaulichungen.

Ausgehend von konkreten Erfahrungen des Teilens, werden Bruchteile als Repräsentanten für Bruchzahlen erarbeitet. Bruchzahlen werden in Bruchschreibweise notiert.

Größen

Die Begriffsbildung bei allen Größen erfolgt durch handelnden Umgang mit konkreten Objekten. Es ist notwendig, Größen in Vergleich zueinander zu setzen; Relationen wie zB „... ist so lang wie ...“ „... ist länger/kürzer als ...“ sind zu formulieren. Aus dem unmittelbaren und mittelbaren Vergleich werden zunächst willkürlich gewählte Einheiten als Repräsentanten entwickelt. Dabei ist die Einsicht in das Verhältnis von Einheit und Maßzahl anzubahnen. Erst dann wird auf genormte Messeinheiten übergegangen. Von diesen sind Modellvorstellungen zu entwickeln.

Durch die vielfältige Anwendung in Sachsituationen und Sachaufgaben erfolgt die notwendige Vertiefung des Verständnisses für Größen.

Die Entwicklung von Modellvorstellungen zum Geld soll anhand des Wertes von Objekten aus dem kindlichen Erfahrungsbereich erfolgen. Geldbeträge können sowohl mehrnamig als auch in Kommaschreibweise notiert werden. Auf die Schreibweise mit zwei Nachkommastellen sollte beim Geld grundsätzlich geachtet werden. Von den im Zusammenhang mit dem Sachrechnen erforderlichen Rechenoperationen ist die Division ausgenommen, und das Sachrechnen mit Geld sollte sich auf einfache und sinnvolle Sachbezüge beschränken. Überschreitungen, die sich doch nicht ganz vermeiden lassen, könnten über Umwandlungen gelöst werden.

Das Arbeiten mit Größen verlangt auch auf der Grundstufe II Sachbezogenheit, konkretes Handeln steht dabei im Vordergrund. Die Umwelt des Kindes bietet die entsprechenden Anlässe. Modellvorstellungen für die einzelnen Maßeinheiten sind zu schaffen. Im Besonderen sind Querverbindungen zum Sachunterricht und zur Werkerziehung anzustreben.

Das Anwenden von Maßeinheiten und Maßbeziehungen ist integrierender Bestandteil aller Teilbereiche des Mathematikunterrichts.

Geometrie

Die Begriffsbildung soll im Besonderen über Tätigkeiten wie Bauen, Nachbauen, Nachlegen, Auslegen, Umfüllen, Formen, Falten, Schneiden, Zeichnen erfolgen; diese Elemente erlauben spielerisches Gestalten und schöpferisches Tun.

Ausgehend vom Hantieren, Beschreiben und Benennen sollen Objekte auf ihre Eigenschaften und deren Beziehungen untersucht werden. Häufig werden Körper als Ausgangspunkt der Betrachtung gewählt; an diesen werden Flächen und Linien entdeckt.

Das Herstellen von Querverbindungen zur Arbeit mit Größen ist integrierender Bestandteil des Unterrichts. Bei allen Arbeiten sind auch kindliche Formulierungen anzuerkennen.

Schularbeiten

Auf der 4. Schulstufe vier bis sechs Schularbeiten. Es ist jedoch sicherzustellen, dass bei einer Reduzierung der Anzahl der Schularbeiten im 2. Semester jedenfalls zwei Schularbeiten vorzusehen sind.